

No. F-0000

ناپایداری دینامیکی در پرهٔ توربین بادی و بررسی تاثیر آیروالاستیک بر كاهش عملكرد توربين بادى

شیوا گروسی، فرشاد ترابی دانشکدهٔ مکانیک، گروه سیستمهای انرژی دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی تهران، ایران shgaroosi@mail.kntu.ac.ir

بیشینه جابجایی نوک پره و همچنین جابجایی ماندگار نوک پره نیز افزایش می یابد. بنابراین بروز پدیدهٔ آیروالاستیک در سرعتهای بالای باد اثرات زیانباری از جمله شکست و خرابی توربین و همین طور کاهش توان تولیدی طراحی خواهد داشت. در تمامی این بررسیها پرهٔ توربین باد بررسی شده پایدار است چرا که دامنهٔ نوسات در نهایت همگرا می شود البته جز در مواردی که سیستم نامیرا باشد.

واژه های کلیدی — پرهٔ توربین بادی؛ الاستیک؛ فرکانس های طبیعی؛ سیستم گسسته؛ جمعزنی مود؛ کار مجازی؛ پاسخ دینامیکی پره

۱. مقدمه

مدلسازی برهمکنش سیال و جامد در چند دهه اخیر بسیار مورد توجه بوده است. برهمکنش سازهٔ انعطافپذیر و جریان سیال اطراف آن، امری غیرقابل اجتناب است که در بسیاری از شاخههای مهندسی مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته است. شبیهسازی و برهمکنش سیال و سازه با در نظر گرفتن تمامی جزئیات و پیچیدگیها امری بسیار دشوار است [۱]. شیوهٔ مورد قبول در تحلیل سیستمهای پیچیده، مدلسازی و مطالعهٔ اجزای تشکیل دهنده به صورت جداگانه است. بدیهی است که در این شیوهٔ مطالعه، مدل تیر یکی از مدلهای پرکاربرد برای شبیهسازی سازههایی همچون بالهای هواپیما و بالگرد و همچنین پرههای توربین بادی است [۲]. **چکیدہ** — مسألۂ بررسی شدہ در این پژوهش، مسألۂ آیروالاستیک در پرهٔ ۲۹ متری توربین بادی ۲ مگاواتی Tjaereborg ساخت کشور دانمارک است که از مدل.های آیرودینامیک و سازه برای حل این مسأله استفاده شده است. پرهٔ توربین بادی به عنوان یک تیر الاستیک یکسرگیردار با خواص هندسی و فیزیکی متغیر در طول تیر، تحت تحریک جریان باد مدل شده است که در این پژوهش از تقریب سیستم پیوسته به وسیلهٔ سیستم گسسته و برای کاهش محاسبات نیز از روشی با نام جمعزنی مود استفاده شده است. این سازهٔ الاستیک هنگامی که در معرض نیروهای باد قرار میگیرد ارتعاش خواهد داشت و برای تحقیق در پایداری یا ناپایداری آن، مدلسازی دینامیکی آن تحت اثر نیروهای آیرودینامیکی صورت گرفته است. در این پژوهش برای مدلسازی حوزهٔ زمان پرهٔ توربین بادی تحت تحریک باد روش جدیدی ارائه شده است. ابتدا از یک روش عددی نسبتا جدید، فرکانس های طبیعی و شکل مودهای پره بدست آمده است و سپس با استفاده از روش کار مجازی و بر پایهٔ شکل مودها و فرکانس های طبیعی بدست آمده، معادلات مربوط به حرکت سیستم استخراج گردیده و به صورت تحلیلی حل شده است. مجموعهٔ این محاسبات در غالب کد محاسباتی آیروالاستیسیتهٔ پرهٔ توربین بادی، به زبان برنامهنویسی ++C نوشته شده است. نتایج شبیهسازی مشخص میکند که درصد کاهش توان با افزایش نسبت میرایی کاهش و با افزایش سرعت باد افزایش مییابد. همچنین نتایج مشخص میکند که با افزایش سرعت، زمان استهلاک نوسات،

در این پژوهش، پرهٔ توربین بادی به صورت یک تیر با خواص هندسی و فیزیکی متغیر مورد بررسی قرار گرفته است. با اضافه نمودن نیروهای آیرودینامیکی به مدل تیر یکسرگیردار با مقطع متغیر و مطالعهٔ برهمکنش سازه و سیال میتوان به درک صحیحی از رفتار آیروالاستیسیتهٔ این سازه دست پیدا نمود. تاثیرات آیروالاستیک در پرههای توربین بادی بزرگ، کاملا شایان توجه است و منجر به خیز قابل توجه در پره میشود که در نهایت کاهش عملکرد توربین را در پی دارد. بسیاری از روشهای در باب تحلیل آیروالاستیک پرههای توربین بادی در متون گذشته یافت میشود.

چاویاروپولوس [۳] تحلیلی خطی به منظور مطالعهٔ پایداری آیروالاستیک پرهٔ توربین بادی انجام داده است و تاثیر پارامترهای مختلف، مانند چگالی و میرایی سازهای روی پایداری را نیز مطالعه نموده است. آلستورم [٤] نشان داد که خیزهای بزرگ پره تاثیر قابل ملاحظهای روی بارهای سازهای و توان تولیدی دارند و بنابراین باید در طراحی توربینها مورد توجه قرار بگیرند.

با توجه به اینکه برای شبیهسازی پرهٔ توربین بادی، مدل تیر یکی از مدلهای بسیار پرکاربرد است، توسط محققین بسیاری توسعه پیدا کرده است. بررسی پاسخ ارتعاشاتی و پایداریهای دینامیکی و استاتیکی تیر در قالب دو روش کلی انجام می گیرد، حل مقادیر ویژه و بررسی پاسخ حوزهٔ زمان. گلند [0] با استفاده از این روش، سرعت فلاتر در تیرهای با سطح مقطع یکنواخت را تعیین نمود. اسکندری و همکارانش [٦] خواص آیروالاستیک پرههای با طول زیاد را تحت نیروهای آیرودینامیک شبه استاتیک بررسی نمودند.

دستهٔ دیگری از محققان شبیهسازی دینامیکی در حوزهٔ زمان را برای تعیین پایداری تیر، مبنای کار خود قرار دادهاند. تانگ [۷] رفتار آیروالاستیسیتهٔ بال مثلثی شکل را تحت اثر باد با سرعتهای مادون صوت مطالعه نمود. تانگ و داول [۸] با در نظر گرفتن پارامترهای غیرخطی سازهای در معادلهٔ حرکت بالهای با طول زیاد و مدل آیرودینامیکی اوانرا، سرعت فلاتر و نوسانات دامنه محدود این نوع از بالها را تحت بررسی قرار دادهاند.

در اکثر مطالعات انجام شده فرض ابتدایی بر این بوده است که سطح مقطع و خواص هندسی و فیزیکی در طول تیر ثابت باشد، این در حالی است که در واقعیت بسیاری از سازههای نام برده شده از جمله پرههای توربین بادی، تغییرات سختی خمشی و توزیع جرم تیر توابعی غیر خطی در راستای طول تیر هستند. معین فرد و همکارانش [۲] روشی جدید برای مدلسازی حوزهٔ زمان تیرهای یکسرگیردار با خواص هندسی و فیزیکی متغیر در طول تیر، تحت تحریک جریان باد ارائه دادهاند.

هدف اصلی در این پژوهش، ارائهٔ روشی جدید برای مدلسازی حوزهٔ زمان سازهٔ پرهٔ توربین بادی و تولید مدل شبیهسازی شده در محیط برنامهنویسی زبان ++C و بررسی پایداری و ناپایداری این سازه در باد است. در این پژوهش پرهٔ توربین بادی به عنوان یک تیر یکسرگیردار با خواص هندسی و فیزیکی متغیر در طول تیر، تحت تحریک جریان باد مدل شده است که این تیر یک جسم الاستیک با جرم گسترده است که به صورت تئوری دارای بی نهایت درجهٔ آزادی است و بنابراین دارای همان تعداد شکلهای حرکت ارتعاشی و فرکانسهای طبیعی است، اما در این پژوهش از تقریب سیستم پیوسته به وسیلهٔ سیستم گسسته استفاده شده است و برای کاهش محاسبات نیز از روشی با نام جمعزنی مود استفاده شده است.

۲. رابطهبندی مسأله

بررسی پایداری یا ناپایداری آیروالاستیک سازهٔ پرهٔ توربین بادی نیازمند مدلسازی حوزهٔ زمان و بنابراین بدست آوردن پاسخ دینامیکی آن است. سازهٔ پرهٔ توربین بادی در معرض بارهای آیرودینامیک در نوسان است. بارهای آیرودینامیک به سرعتها و خیزهای سازه وابسته هستند که بستگی به بارها دارند. مدلهای آیرودینامیک و سازه بسیار بهم کوپل هستند و باید همزمان حل شوند که به مسألهٔ آیروالاستیک مشهور است. پاسخ دینامیکی سازه به حل گر آیرودینامیک فرستاده می شود و مجددا پاسخ پره محاسبه می گردد. این روند تا زمان یک دور کامل پره ادامه پیدا کرده و پایداری یا ناپایداری سازه از روی پاسخ سازه که همگرا یا واگرا می شود تشخیص داده می شود.

برای محاسبهٔ خیزها و سرعتهای اجزای مختلف توربین بادی در حوزهٔ زمان، یک مدل سازهای حاوی ترمهای اینرسی مورد نیاز است. یکی از راههای ساختن مدل سازهای، بر اساس اصل کار مجازی است و روش دیگر آنالیز مودال است. در نهایت با استفاده از روشی با نام جمعزنی مود، با مجموع تعداد محدودی از مودهای طبیعی سیستم که در مختصات عمومی ضرب میشوند، پاسخ دینامیکی پره حاصل می گردد.

در قسمتهای مختلف این بخش به صورت قدم به قدم فرمولبندی حرکت دینامیکی پره تحت تحریک نیروی باد به صورت کامل استخراج شده و روش حل آن نیز ارائه میشود.

۲.۱ محاسبهٔ فرکانس های طبیعی و شکل مودها

۲.۱.۱ تئوری تیر

پرهٔ توربین بادی می تواند به عنوان یک تیر مدل شود و هنگامی که سختی خمشی و پیچشی در بخشهای مختلف محاسبه می شود، تئوری تیر ساده می تواند برای محاسبهٔ تنشها و خیزهای پره به کار گرفته شود. در شکلهای (۱) و (۲) به ترتیب، نمونهای از پرهٔ توربین بادی و مدلسازی آن به صورت یک تیر یکسر گیردار آورده شده است که جهت y منطبق بر خط وتر نوک پره و z عمود بر آن است.





شکل ۲: تیر یک سر گیردار [۱۰]

با مشخص شدن بارهای خارجی در طول پره که از محاسبات آیرودینامیک بدست میآیند، نیروهای برشی و همین طور گشتاورهای خمشی طبق معادلات (۱) و (۲) محاسبه می شوند. این معادلات ناشی از استفاده از قانون دوم نیوتون روی جزء دیفرانسیلی نمایش داده شده در شکل (۳) هستند.



dТ

$$\frac{y}{dx} = -P_z(x) + m(x)\ddot{u}_z(x)$$

$$M_y \qquad (1)$$

$$\frac{z}{dx} = \frac{T_z}{-y}$$
(Y)

با محاسبهٔ گشتاورهای خمشی حول محورهای اصلی، انحناها طبق معادلهٔ (۳) بدست می آیند و پس از آن شیبها و خیزها در طول پره طی معادلات (٤) و (٥) محاسبه می شوند.

$$\kappa_1 = \frac{M_1}{EI_1} \tag{(7)}$$

$$\frac{d\theta_z}{\frac{y}{dx} = \kappa_z}$$

$$\frac{\bar{y}}{dx} = \frac{-\theta_y}{+\frac{y}{z}}$$
(0)

۲.۱.۲ تعیین گشتاورهای خمشی و خیزها

با گسسته سازی پره مشابه آنچه در شکل (٤) نشان داده شده است و با فرض اینکه بارها بین هر دو گره به صورت خطی تغییر میکنند و با استفاده از معادلات (۱) تا (۵)، گشتاورهای خمشی و خیزها طبق معادلات (٦) تا (۹) محاسبه می شوند.



شکل ٤: شبکه بندی تیر به N گره [۹]

$$T_{y}^{i-1} = T_{y}^{i} + \frac{1}{2}(p_{y}^{i-1} + p_{y}^{i})(x^{i} - x^{i-1})$$
⁽¹⁾

$$M_{y}^{i-1} = M_{y}^{i} J_{z}^{i} (x^{i} - x^{i-1})_{+} (\frac{1}{6}p_{z}^{i-1} + \frac{1}{3}p_{z}^{i})(x^{i} - x^{i-1})^{2}$$
(V)

$$\theta_{y}^{i+1} = \theta_{y}^{i} + \frac{1}{2} (\kappa_{y}^{i+1} + \kappa_{y}^{i}) (x^{i+1} - x^{i})$$
(A)

$$u_{y}^{i+1} = u_{y}^{i} + \theta_{z}^{i} (x^{i+1} - x^{i}) + (\frac{1}{6}\kappa_{z}^{i+1} + \frac{1}{3}\kappa_{z}^{i})(x^{i+1} - x^{i})^{2}$$
(4)

۲.۱.۳ تعیین اولین مودهای ویژهٔ ارتعاشی

یک شکل خیز، ترکیبی خطی از تعدادی توابع اساسی حقیقی است. توابع اساسی حقیقی فیزیکی، اغلب شکل خیز مربوط به مودهای ویژه با پایین ترین فرکانسهای ویژه هستند. با فرض اینکه فقط سه مود اول ارتعاشی در پره برانگیخته می شوند، تغییر شکل برای پره می تواند به عنوان یک ترکیب خطی از سه مود ویژهٔ اول ارتعاشی باشد. مود ویژه، ارتعاش آزادی است بدون حضور بارهای خارجی، بنابراین معادلهٔ (۱) را می توان به صورت معادلهٔ (۱۰) در نظر گرفت. نخستین کنفرانس ملی انجمن انرژی ایران – ۱۳۹۲ تهران

$$\frac{dT_z}{\frac{y}{dx} = m(x)\ddot{u}_z(x)}$$
(1.)

$$\iota = A\sin(\omega t) \tag{11}$$

$$\ddot{u} = -\omega^2 u \tag{11}$$

در نتیجه معادلهی (۱۰) را می توان به صورت معادلهٔ (۱۳) نوشت.

$$\frac{dT_z}{dx} = -m(x)\omega^2 u_z(x)$$
(17)

بنابراین مودهای ویژه با استفاده از معادلات استاتیکی تیر و با اعمال بارهای خارجی به صورت رابطهٔ (۱٤) حاصل می شوند.

$$p_{z} = m(x)\omega^{2}u_{z}(x)$$

$$y \qquad y \qquad (15)$$

با توجه به این که خیزها در معادلهٔ (۱٤) مجهول هستند، باید به صورت سعی و خطا حل شوند که در نهایت به مودی با پایین ترین فرکانس ویژه همگرا خواهد شد. حدس اولیه برای فرکانس ویژه در نوک پره طبق معادلهٔ (۱۵) حاصل می شود.

$$\omega^2 = \frac{p_z^N}{u_z^N m^N} \tag{10}$$

سپس بارگذاری جدیدی در طول پره، با استفاده از معادلات (۱٦) در هر دو جهت z و y حاصل می شود.

$$p_{z}^{i} = \omega^{2} m^{i} \frac{u_{z}^{i}}{\sqrt{(u_{z}^{N})^{2} + (u_{y}^{N})^{2}}}$$
(19)

با استفاده از بارگذاریهای جدید، خیزهای جدید محاسبه می شوند و فرکانس ویژهٔ جدید یافت می شود. این پروسه تا جایی تکرار می شود که فرکانس ویژه به مقدار ثابتی برسد، که این مقدار، اولین مود ویژهٔ ارتعاشی و خیزهای بدست آمده، اولین شکل مودهای ویژهٔ ارتعاشی در جهات y و z هستند. برای پیدا کردن مودهای ویژهٔ دوم و سوم همین پروسه تکرار می شود، با این تفاوت که اصلاحاتی در هر گام برای جلوگیری از همگرا شدن به مود ویژهٔ پیشین صورت می گیرد. برای یافتن دومین شکل مودهای ارتعاشی در جهات y و z برای جلوگیری از همگرا شدن به اولین شکل مودهای ویژه، در هر

$$u_z^{le} = u_z - const_1 \times u_z^{lf}$$
(1V)

با توجه به قضیهٔ تعامد مودها در معادلهٔ (۱۸)، مقدار ثابت معادلهٔ (۱۷) طبق معادلهٔ (۱۹) حاصل می شود.

$$\int_{0}^{R} u_{z}^{1f} m u_{z}^{1e} dx + \int_{0}^{R} u_{y}^{1f} m u_{y}^{1e} dx = 0$$

$$\int_{0}^{R} u_{z}^{1f} m u_{z} dx + \int_{0}^{R} u_{y}^{1f} m u_{y} dx$$
(1A)

$$const_{1} = \frac{\int_{0}^{0} \frac{1}{R} u_{z}^{\text{lf}} m u_{z}^{\text{lf}} dx}{\int_{0}^{R} u_{z}^{\text{lf}} m u_{z}^{\text{lf}} dx} + \int_{0}^{R} u_{y}^{\text{lf}} m u_{y}^{\text{lf}} dx$$
(19)

برای یافتن سومین شکل مودهای ویژهٔ ارتعاشی نیز از همین روش استفاده میشود.

۲.۱ محاسبهٔ نیروهای آیرودینامیکی

مدل آیرودینامیکی که در این پژوهش از آن استفاده شده است، روش مومنتوم المان پره است که به تفصیل در رسالهٔ آقای یاسین آزمند [۱۱] آورده شده است و از شرح آن در اینجا اجتناب میشود.

۲.۲ روش کار مجازی در تعیین معادلات حاکم بر مسأله

در آیروالاستیسیته، بارها به تغییر شکل، و تغییر شکل به بارها بستگی دارد. بنابراین با یک مسألهٔ کوپلینگ مواجه هستیم. برای حل مسأله به یک مدل ساختاری حاوی ترمهای اینرسی نیازمندیم. یکی از روشهای ساختن مدل ساختاری بر اساس اصل کار مجازی است. معادلهٔ حاکم بر حل این مسأله، طبق معادلهٔ (۲۰)، قانون دوم نیوتون است. از قوانین کار مجازی می توان برای ساختن ماتریسهای جرم، سختی و نیرو برای سیستمهای مکانیکی گسسته استفاده نمود. قانون کار مجازی که در معادلهٔ (۲۱) آورده شده است، به این صورت است که کار انجام شده توسط نیروی عمومی، برابر کار انجام شده روی سازه توسط توزیع بارهای خارجی روی شکل خیز مربوطه است.

$$\begin{bmatrix} M \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_g \end{bmatrix}$$
(Y •)

نخستین کنفرانس ملی انجمن انرژی ایران – ۱۳۹۲ تهران

$$F_{g_i}dx_i = \int_{S} p \,u_i dS \tag{(1)}$$

استفاده از توابع شکل مودال، ابزاری برای کاهش تعداد درجات آزادی است. یک شکل خیز، ترکیبی خطی از تعدادی توابع اساسی حقیقی است. توابع اساسی حقیقی فیزیکی، اغلب شکل خیز مربوط به مودهای ویژه با پایینترین فرکانسهای ویژه هستند. با فرض اینکه یک تغییر شکل برای پره می تواند به عنوان یک ترکیب خطی از سه مود ویژهٔ اول ارتعاشی باشد، رابطهٔ (۲۲) برقرار می شود.

$$u_{z}(x) = x_{1} \times u_{z}^{lf}(x) + x_{2} \times u_{z}^{le}(x) + x_{3} \times u_{z}^{2f}(x)$$
(YY)

از آن جا که مودها ثابت هستند، شتابها و سرعتها در طول پره مطابق معادلات (۲۳) و (۲٤) هستند.

$$\dot{u}_{z}(x) = \dot{x}_{1} \times u_{z}^{lf}(x) + \dot{x}_{2} \times u_{z}^{le}(x) + \dot{x}_{3} \times u_{z}^{2f}(x)$$

$$y \qquad y \qquad y \qquad y \qquad (YT)$$

$$\ddot{u}_{z}(x) = \ddot{x}_{1} \times u_{z}^{lf}(x) + \ddot{x}_{2} \times u_{z}^{le}(x) + \ddot{x}_{3} \times u_{z}^{2f}(x)$$
(7f)

طبق معادلهٔ (۲۱)، نیروی عمومی برای هر مود، کار انجام شده روی این مود، توسط بارهای خارجی، بدون مشارکت مودهای دیگر است. لذا عناصر موجود در ماتریس نیروی عمومی طبق معادلهٔ (۲۵) تعیین می شوند.

$$\begin{bmatrix} F_{g_1} \\ F_{g_2} \\ F_{g_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int p_z(x) u_z^{lf}(x) dx + \int p_y(x) u_y^{lf}(x) dx \\ \int p_z(x) u_z^{le}(x) dx + \int p_y(x) u_y^{le}(x) dx \\ \int p_z(x) u_z^{2f}(x) dx + \int p_y(x) u_y^{2f}(x) dx \end{bmatrix}$$
(Yo)

اولین ستون ماتریس جرم، با فرض واحد بودن شتاب اولین درجهٔ آزادی و صفر بودن سایرین و همچنین با تعویض نیروهای خارجی با نیروهای اینرسی طبق معادلهٔ (۲٦) حاصل میشود و سایر ستونها نیز بطور مشابه حاصل میشوند. عناصر صفر موجود در ماتریس جرم، بدلیل قید تعامد بین مودهای ویژه هستند.

(26)

$$\begin{bmatrix} m_{11} \\ m_{21} \\ m_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int u_z^{lf}(x)m(x)u_z^{lf}(x)dx + \int u_y^{lf}(x)m(x)u_y^{lf}(x)dx \\ \int u_z^{lf}(x)m(x)u_z^{le}(x)dx + \int u_y^{lf}(x)m(x)u_y^{le}(x)dx \\ \int u_z^{lf}(x)m(x)u_z^{2f}(x)dx + \int u_y^{lf}(x)m(x)u_y^{2f}(x)dx \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} GM_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

اولین ستون ماتریس سختی با استفاده از نیروی عمومی لازم برای بدست آوردن جابجایی استاتیکی واحد اولین مختصات عمومی حاصل میشود. بارهایی که این خیزها را بوجود میآورند با توجه معادلهٔ (۱۳)، بصورت معادلهٔ (۲۷) هستند.

$$\begin{bmatrix} k_{11} \\ k_{21} \\ k_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int \omega_{l}^{2} u_{z}^{lf}(x) m(x) u_{z}^{lf}(x) dx + \int \omega_{l}^{2} u_{y}^{lf}(x) m(x) u_{y}^{lf}(x) dx \\ \int \omega_{l}^{2} u_{z}^{lf}(x) m(x) u_{z}^{le}(x) dx + \int \omega_{l}^{2} u_{y}^{lf}(x) m(x) u_{y}^{le}(x) dx \\ \int \omega_{l}^{2} u_{z}^{lf}(x) m(x) u_{z}^{2f}(x) dx + \int \omega_{l}^{2} u_{y}^{lf}(x) m(x) u_{y}^{2f}(x) dx \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{l}^{2} GM_{1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} \omega_{1}GM_{1}\frac{\delta_{1}}{\pi} & 0 & 0\\ 0 & \omega_{2}GM_{2}\frac{\delta_{2}}{\pi} & 0\\ 0 & 0 & \omega_{3}GM_{3}\frac{\delta_{3}}{\pi} \end{bmatrix}$$
(79)

در نهایت، معادلهٔ مربوط به ارتعاش اجباری برای یک پرهٔ توربین بادی تحت تحریک نیروی باد، به صورت رابطهٔ (۳۰) است. (۳۰)

$$\begin{bmatrix} GM_{1} & 0 & 0 \\ 0 & GM_{2} & 0 \\ 0 & 0 & GM_{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x_{1}} \\ \ddot{x_{2}} \\ \ddot{x_{3}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_{1}GM_{1}\frac{\delta_{1}}{\pi} & 0 & 0 \\ 0 & \omega_{2}GM_{2}\frac{\delta_{2}}{\pi} & 0 \\ 0 & 0 & \omega_{3}GM_{3}\frac{\delta_{3}}{\pi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x_{1}} \\ \dot{x_{2}} \\ \dot{x_{3}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_{1}GM_{1} & 0 & 0 \\ 0 & \omega_{2}GM_{2} & 0 \\ 0 & 0 & \omega_{3}GM_{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1} \\ x_{2} \\ x_{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Fg_{1} \\ Fg_{2} \\ Fg_{3} \end{bmatrix}$$

اولین گام در ساخت یک مدل رایانهای در محیط برنامهنویسی، تعریف هندسهٔ سیستم مورد بررسی است. پرهٔ شبیهسازی شده در این پژوهش، یک پرهٔ ۲۹ متری، مربوط به توربین باد ۲ مگاواتی ساخت کشور دانمارک است که مشخصات هندسی آن که در شکلهای (۵) و (٦) نمایش داده شده است، طبق جدول (۱) آورده شده است. در شکل (۷) مدل شبیهسازی شدهٔ این پره نمایش داده شده است.



شکل ۵: طرحوارهای از پرهٔ ۲۹ متری توربین بادی ۲ مگاواتی Tjaereborg [۱۲]



شکل ٦: طرحوارهای از مقطع پرهٔ ۲۹ متری توربین بادی ۲ مگاواتی Tjaereborg [۱۲]

جدول ۱ : مشخصات هندسی پرهٔ ۲۹ متری توربین بادی ۲ مگاواتی Tjaereborg [۱۲]

$\beta[\circ]$	t/c [m]	t [m]	c [m]	x [m]	R [m]	رديف
•	-	-	۲/۳۱	•	1/49	•
٩	42/24	۱/۵۶۷	۳/۶۰	٢	۳/۴۶	١
٨	۳۰/۵۸	۱/۰۰۹	۳/۳	۵	8/48	٢
٧	26/10	۰/۷۲۳	٣	٨	۹/۴۶	٣
۶	۲۱/۱۳	• /۵Y ۱	۲/۷	11	17/49	۴
۵	۱۸/۷	•/449	۲/۴	14	10/49	۵
۴	۱۶/۸۱	• /۳۵۳	۲/۱۰	١٧	۱۸/۴۶	۶
٣	10/49	•/YVX	۱/۸	۲.	51/48	٧
٢	۱۴/۳۸	۰/۲۱۶	۱/۵	۲۳	74/49	٨
١	13/20	۰/۱۶	۲/۱	79	21/48	٩
•	17/77	•/ \ \	٠/٩	29	80/68	١٠



شکل ۷: مدل رایانهای شبیهسازی شدهٔ **پرهٔ توربین بادی ۲ مگاواتی** Tjaereborg

۳.۲ شبیهسازی فرکانسهای طبیعی و شکل مودهای پرهٔ توربین بادی و نتایج

در مرجع [۲] معینفرد و همکارانش، برای بررسی ناپایداری پرههای توربین بادی در اثر تحریک باد، از مدلسازی حوزهٔ زمان تیرهای یکسر گیردار با خواص هندسی و فیزیکی متغیر در طول تیر استفاده کرده و با استفاده از اصل همیلتون و با فرض تئوری اویلر – برنولی، معادله دیفرانسیل با مشتق جزئی حرکت تیر با مقطع متغیر را استخراج نمودهاند و از یک روش عددی تفاضل محدود برای تعیین فرکانس،های طبیعی و شکل مودهای تیر با مقطع متغیر استفاده کرده و با استفاده از روش گلرکین و بر پایهٔ شکل مودهای استخراج شده، معادله ديفرانسيل با مشتقات جزئي حركت تير را تبديل به معادله دیفرانسیل معمولی کرده و آن را حل نمودهاند. در این پژوهش، بجای حل معادله دیفرانسیل کامل تیر، با استفاده از گسستهسازی پره، از یک الگوریتم عددی جدید برای تعیین فرکانس،های پرهٔ توربین بادی استفاده شده است. این الگوریتم، در کد محاسباتی شبیهسازی شده است. نتایج حاصل از کد محاسباتی، ابتدا با نتایج حاصل از حل دقیق معادلهٔ ارتعاشات آزاد تیر یکنواخت یکسرگیردار مقایسه شده است و پس از حصول اطمینان از عملکرد صحیح این کد، نتایج حاصل، با نتایج حاصل از مقالهٔ معینفرد و همکارانش مقایسه شده است. در جدول (۲) فرکانس های طبیعی متناظر با سه شکل مود اول تیر در دو حالت حل دقیق و حل عددی برای تیر یکنواخت یکسر گیردار با مشخصات واحد، EI(x)=1 و m(x)=1 با یکدیگر مقايسه شدهاند.

مشهود است که درصد خطای نهایی بین مقادیر دقیق و عددی بسیار کم است و نتایج حل دقیق و حل عددی همخوانی بالایی با یکدیگر دارند. لذا روش حل ارائه شده برای فرکانسهای طبیعی کاملا قابل اعتماد خواهد بود و در ادامه از این الگوریتم برای پیدا کردن فرکانسهای طبیعی پره استفاده خواهد شد. همان طور که در جدول (۲) مشاهده می شود، فرکانسهای طبیعی حاصل از کد محاسباتی در دو ستون با جرم متمرکزهای متفاوت ارائه شده است. کاملا مشهود است که هر چه قدر تعداد جرمهای متمرکز برای نشان دادن سیستم به صورت صحیح افزایش یابد، دقت در فرکانسها نیز افزایش می یابد.

در شکل (۸) سه شکل مود اول بدست آمده حاصل از کد محاسباتی رسم شده است و با شکل مودهای حاصل از حل دقیق معادله ارتعاشات آزاد تیر یکنواخت یکسرگیردار مقایسه شده است. این شکل قابلیت اطمینان این الگوریتم در محاسبهٔ شکل مودهای تیر را نشان میدهد. نخستین کنفرانس ملی انجمن انرژی ایران – ۱۳۹۲ تهران

جدول ۲: فرکانس.های طبیعی تیر یکسرگیردار گسسته حاصل از حل دقیق و حل عددی با ۱۹ جرم متمد کن ه ۵۱ حد م متمد کن

مسرعر والمعاصر عراب								
درصد خطا	حل عددی با ۵۱	درصد	حل عددی با	حل دقيق	شمارهٔ مود			
	جرم متمركز	خطا	١٩جرم متمركز					
•/••٢٥	3/01091	•/•7٣	3/01019	۳/۵۱٦	١			
•/•£٣٥٦٧٨	227.+222	•/٣٥٥	X7/117X	22/0222	۲			
•/10	٦١/٧٩١٥	۲۲/۱	77/2727	71/7978	٣			



شکل ۸: شکل مودهای تیر یکنواخت، مقایسهٔ حل عددی با ۵۱ جرم متمرکز و حل دقیق در مقایسهٔ دیگری که بین فرکانس های طبیعی صورت گرفته است، پرهای با فرض بر این که دارای سطح مقطع به شکل ایرفویلNREL S 809 (این ایرفویل به طور عمده در طراحی پرههای توربین باد مورد استفاده قرار می گیرد) باشد، شبیه سازی شده است که پارامترهای نرمال آن در جدول (۳) معرفی شدهاند. تغییرات (EI(x و m(x) بر حسب طول تیر نیز در شکل (۹) نمایش داده شده است. در این شکل همچنین تغییرات وتر ایرفویل یعنی c(x) در طول تیر بر روی محور عمودی در سمت راست شکل قابل مشاهده است. مدل رایانهای شبیهسازی شدهٔ پرهٔ توربین بادی با مشخصاتی که طی جدول و شکل آورده شده است، در شکل (۱۰) نشان داده شده است. فرکانس های طبیعی پرهٔ مذکور با ۲۵ جرم گسسته، با فرکانس های طبیعی موجود در مرجع [۲] مقایسه شده است و نتایج در جدول ارائه شده است. همانطور که در جدول مشاهده میشود، فرکانس های حاصل از حل عددی در این رساله با مرجع [۲] اختلاف دارند که عمدهٔ خطا ناشی از عدم دسترسی به دادههای واقعی استفاده شده در مرجع [۲] است که دقت در تخمین دادههای ورودی را کاهش داده است. علاوه بر این، در این پژوهش از مدل جرم متمرکز استفاده شده است و یک جرم پیوسته با بینهایت درجهٔ آزادی تنها با ۲۵ جرم متمرکز مدلسازی شده است و این در حالی است که در مرجع [۲] معادلهٔ تیر به صورت کامل حل شده است.

جدول ۳: خواص هندسي و فيزيكي يرهٔ NREL S 809 M1b [۲]

L[m]	$EI(0)[NM^2]$	$M(0)[Kgm^{-1}]$	پارامتر
٢٤	1977	٦٤/٦٠	مقدار



شکل ۱۰: مدل رایانهای شبیهسازی شدهٔ پرهٔ توربین بادی با سطح مقطع ایرفویل NREL S 809

متمرکز با فرکانس،ای طبیعی مرجع	شده با ۲۵ جرم	مدل شبيەسازى	های طبیعی	مقايسة فركانس	جدول٤:
	EX.	1			

		[']	
درصد خطا	روش عددی [۲]	مدل گسسته با ۲۵ جرم متمرکز	شمارهٔ مود
۱.	٣/١٣٥٦	٣/٣٨	١
11/17	١٥/٨٠١٦	1 2/• 787	٢
٩/٤٥	87/2707	۳۳/۰۱۲۳	٣

شبیهسازی معادلات حرکت بره و یاسخ دینامیکی آن و نتایج

برای بررسی پایداری یا ناپایداری پرهٔ توربین بادی تحت تاثیر نیروهای آیرودینامیک باد، در این پژوهش پرهٔ ۲۹ متری توربین باد ۲ مگاواتی Tjaereborg که در قسمت قبل شبیهسازی آن ارائه شد، در نظر گرفته شده است که پارامترهای سازهای مهم آن نیز در جدول (۵) درج شده است.

جدول٥: پارامترهاي سازهاي مهم پرهٔ Tjaereborg [٩]							
$v[\circ]$	М	EI_2	EI_1	R[m]	رديف		
	$[Kgm^{-1}]$	$[MN.m^2]$	$[MN.m^2]$				
•	17	17	17	۱/۴۶	•		
۵/۹	۳۳۰	1770	198.	۳/۴۶	١		
۰/۹۴	۳۸۹	194.	۱۰۸۰	4/99	۲		
۱/۳	347	149.	622	9/49	٣		
۱/۰۹	۲۸۳	٩٠۵	100	۹/۴۶	۴		
•/٨٦	۲۳۵	۵۵۷	129	17/49	۵		
•/٨٦	199	749	۶۴/۸	10/49	Ŷ		
۰/۹۱	199	177	۳۲/۴	۱۸/۴۶	٧		
۰/۸۳	171	171	۱۵/۲	21/49	٨		
۰/۶۳	۹۰/۳	90/V	9/.4	14/49	٩		
•/19	۳۲/۶	۲۸/۱	١/٨٢	۲۷/۴۶	۱.		
_•/۵۲	74/7	۹/۵	۰/۳۲	۳۰/۴۶	11		

این پره به صورت یک تیر یکسرگیردار با ۱۲ جرم متمرکز مدلسازی شده است و پاسخ دینامیکی نوک این پره در دو جهت y که منطبق بر خط وتر نوک و z، عمود بر آن، مورد بررسی قرار گرفته است. پس از یافتن سه مود ویژهٔ اول ارتعاشی، می توان تغییر شکل برای یک یره را به صورت ترکیبی خطی از سه مود اول فرض نمود. از آن جایی که این پره به صورت یک مدل گسسته با ۱۲ جرم متمرکز مدلسازی شده است بنابراین دارای ۱۲ شکل مود است، اما در نظر گرفتن سه مود ویژهٔ اول نیز دقت قابل قبولی را ارائه میدهد. برای اثبات این امر، شکل (۱۱) پاسخ دینامیکی نوک تیر را تحت اثر باد با سرعت ۱۰ متر برثانیه را نشان میدهد. نتایج به ازای در نظر گرفتن یک، دو و سه شکل مود موثر در پاسخ دینامیکی تیر با یکدیگر مقایسه شده است. این شکل به طور واضح نشان میدهد که حتی در نظر گرفتن یک شکل مود هم در تخمین پاسخ دینامیکی تیر، نتیجهٔ قابل قبولی خواهد داشت. لذا افزایش تعداد شکل مودهای موثر در پاسخ دینامیکی تیر تنها منجر به افزایش زمان و هزینهٔ محاسبات خواهد شد و تاثیر قابل توجهی بر پاسخ دینامیکی تخمینی نخواهد داشت. لذا از این جا به بعد تخمین پاسخ ديناميكي تير با احتساب سه شكل مود انجام خواهد شد.

سه شکل مود اول پرهٔ مورد بررسی، در هر دو جهت y وz در شکل های (۱۲) و (۱۳) رسم شده است. همچنین سه فرکانس طبیعی این تیر در جدول لیست گردیده است. در ادامه، این شکل مودها به منظور پیدا کردن پاسخ دینامیکی تیر تحت تحریک باد بکار گرفته شدهاند. به منظور کاهش حداکثری زمان و هزینهٔ محاسبات، هر کدام از شکل مودها با یک چند جملهای درجه ۱۰ تقریب زده شدهاند.





شکل ۱۲: شکل مودهای پرهٔ توربین بادی Tjaereborg با ۱۲ در جهت y



شکل ۱۳: شکل مودهای پرهٔ توربین بادی Tjaereborg با ۱۲ جرم متمرکز در جهت z

Т	jaereborg	بادى	توربين	پرۂ	طبيعي	های	ر کانسر	٦: ف	جدول

فركانس طبيعي [rad.s ⁻¹]	شمارهٔ مود
V/ΔΔ	1
14/19	٢
۲۲/۴۳	٣

استفاده از قوانین کار مجازی روشی برای ساختن ماتریس جرم، ماتریس سختی و ماتریس میرایی، برای یک سیستم مکانیکی گسسته است. با استفاده از روش کار مجازی و بر پایهٔ شکل مودها و فرکانسهای طبیعی استخراج شده در مرحلهٔ قبل، عناصر موجود در ماتریسهای جرم و سختی و میرایی حاصل میشوند. سپس سه معادلهٔ کوپله نشده (مستقل) بر حسب مختصات اصلی طبق رابطهٔ (۳۱) حاصل میشود که ثابتهای این معادلات با توجه به شرایط مرزی موجود در هر لحظه تعیین می گردند. این معادلات با موجه به تحلیلی حل میشوند. در هر مرحله با انتخاب یک گام زمانی، مختصات اصلی، _۲، ₂ و _د بدست آمده و با جایگذاری این مختصات در رابطهٔ (۲۲)، تغییرشکلهای پره در هر دو جهت y و z حاصل میشوند. تغییر شکلهای ایجاد شده منجر به تغییرات نیروهای آیرودینامیک میشود. مجددا با این نیروهای آیرودینامیک جدید معادلات حرکت جدید استخراج شده و پاسخهای جدیدی بدست میآید. این روند تا زمان یک دور کامل پره ادامه (37)

آن تعیین میگردد. در ادامه، با نسبت میراییهای متفاوت، پاسخ دینامیکی بدست آمدهٔ نوک پرهٔ توربین بادی مورد تحلیل قرار گرفته است. شکلهای (۱٤) تا (۱٦) پاسخ دینامیکی نوک تیر را در سرعت باد ۱۰ متر بر ثانیه به ازای نسبت میراییهای متفاوت نشان میدهد.

$$\ddot{x}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{x}_i + \omega_i^2 x_i = \frac{Fg_i}{GM_i}$$
(٣١)



شکل ۱۴: پاسخ دینامیکی نوک پرهٔ توربین بادی Tjaereborg با نسبت میرایی $\xi=0$ در سرعت باد





باد ms⁻¹ با سرعت دورانی ۲۲/۳۶ ۳



شکل ۱۳: پاسخ دینامیکی نوک پرهٔ توربین بادی Tjaereborg با نسبت میرایی $\xi=0.1$ در سرعت باد شکل ۱۳: پاسخ دینامیکی نوک پرهٔ توربین بادی ۲۲/۳۹ rgm

نتیجه مشخص میکند که در حالتی که سیستم بدون میرایی باشد ((= 5) در طول یک دور کامل پره، دامنهٔ نوسانات ثابت است و پره با دامنهٔ ثابت به نوسانات خود ادامه میدهد اما در ارتعاشات میرا دامنهٔ ارتعاش با هر

نوسان در حال کاهش است. تاثیر مهم میرایی در مدت زمان مستهلک شدن ارتعاشات است. همان طور که از نمودارهای موجود در شکل های (۱٤) تا (۱٦) مشهود است، نرخ استهلاک آن ها با افزایش نسبت میرایی، افزایش چشم گیری داشته است. بنابراین می توان با در نظر گرفتن یک میرایی مناسب از نوسانات پره جلو گیری کرد.

کاملا مشخص است با افزایش نسبت میرایی، ارتعاشات سازه در مدت زمان کمتری مستهلک شده و بنابراین با سرعت بیشتری در وضعیت پایدار قرار میگیرد. بنابراین هنگامی که سازهٔ پرهٔ توربین بادی دارای میرایی بیشتری است، کمتر در معرض نوسانات حاصل از نیروهای بادی قرار میگیرد. میرایی بحرانی در یک سازه، کوچکترین مقدار میرایی است که از نوسانات سازه جلوگیری میکند. این نسبت مرزی بین دو حالت وقوع و عدم وقوع ارتعاش است. حال، هرچه میرایی یک سازه از این مقدار کوچکتر باشد، نوسانات بیشتری خواهد داشت. میرایی بحرانی به صورت رابطهٔ (۳۲) تعیین میشود که در این رابطه , GM بیانگر عنصر *i*ام از که این مقادیر برای پرهٔ توربین باد ۲ مگاواتی Tjaereborg در طی محاسبات بدست آمدهاند. سیستم میراکننده در پره طوری باید طراحی شود که میرایی

$$C_{cri} = 2 \times GM_i \times \omega_i$$

پدیدهٔ آیروالاستیک در توربینهای بادی علاوه بر آن که منجر به کاهش طول عمر در پره میشود، توان خروجی را نیز کاهش میهد. هر چه میرایی سیستم از میرایی بحرانی آن کمتر باشد، درصد کاهش توان خروجی نیز بیشتر میشود. برای اثبات این امر نتایج حاصل از کد آیروالاستیک در جدول (۷) آورده شده است.

جدول ۷: تاثیر افزایش نسبت میرایی در درصد کاهش توان تولیدی پرهٔ توربین بادی Tjaereborg در سرعت باد ۱۰ *ms*⁻¹

درصد کاهش توان	نسبت میرایی
•/••11	•
•/•••00	• /• • 1
	١

برای بررسی تاثیر سرعت بر روی پاسخ دینامیکی، پاسخ دینامیکی نوک تیر در سرعتهای باد ۱۵ و ۲۰ متر بر ثانیه، به ازای نسبت میراییهای متفاوت بدست آورده شده است و نتایج حاصل در جدول (۸) آورده شده است. نتایج مشخص میکند که با افزایش سرعت، زمان استهلاک نوسات، بیشینه جابجایی نوک پره، جابجایی ماندگار نوک پره و همین طور درصد کاهش توان تولیدی پره نیز افزایش مییابد. بنابراین بروز پدیدهٔ آیروالاستیک

در سرعتهای بالای باد اثرات زیانباری از جمله شکست و خرابی توربین و همینطور کاهش توان تولیدی طراحی خواهد داشت.

جدول ۸: تاثیر افزایش سرعت در بیشینه جابجایی و جابجایی ماندگار نوک پرهٔ توربین و همچنین تاثیر آن در زمان استهلاک نوسانات و درصد کاهش توان تولیدی پرهٔ توربین Tjaereborg با نسبت میرایی

٠	/	٠	٠	۱

درصد کاهش	مدت زمان مستهلک	جابجايي ماندگار	بيشينه جابجايي	سرعت
توان توليدي	شدن ارتعاشات سازه	نوک پره	نوک پرہ	باد
	[sec]	[<i>m</i>]	[<i>m</i>]	$[ms^{-1}]$
•/•••00	١/٨٦٨	۰/۱۷۳٥	• /٣٤ ٢٧	۱.
•/•1٧	۲/۰۸۹	•/0179	1/.7.2	١٥
•/•٦٢	۲/۱	۰/۸٦٤٩	١/٧٢٣	۲.

۴. نتیجهگیری

معین فرد و همکارانش، برای بررسی ناپایداری پرههای توربین بادی در اثر تحریک باد، از مدلسازی حوزهٔ زمان تیرهای یکسرگیردار با خواص هندسی و فیزیکی متغیر در طول تیر استفاده کرده و با استفاده از اصل همیلتون و با فرض تئوری اویلر – برنولی، معادله دیفرانسیل با مشتق جزئی حرکت تیر با مقطع متغیر را استخراج نمودهاند و از یک روش عددی تفاضل محدود برای تعیین فرکانسهای طبیعی و شکل مودهای تیر با مقطع متغیر استفاده کرده و با استفاده از روش گلرکین و بر پایهٔ شکل مودهای استخراج شده، معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی حرکت تیر را تبدیل به معادله نفر گرفتن پره به صورت یک تیر پیوسته و حل کامل معادلات حاکم بر آن، از مدل گسسته استفاده شد و با استفاده از روش کار مودهای استخراج مودها و فرکانسهای طبیعی استخراج شده، پاسخ دینامیکی پره حاصل شد. از مدل گسسته استفاده شد و با استفاده از روش کار مجازی و بر پایهٔ شکل مودها و فرکانسهای طبیعی استخراج شده، پاسخ دینامیکی پره حاصل شد. پاسخ دینامیکی این پره، با در نظر گرفتن نوسانات در هر دو جهت y که پاسخ دینامیکی این پره، با در نظر گرفتن نوسانات در هر دو جهت y که منطبق بر خط وتر نوک و z، عمود بر آن، مورد بررسی قرار گرفت.

پاسخ دینامیکی نوک پره در سرعتهای باد ۱۰ و ۱۵ و ۲۰ متر بر ثانیه و به ازای نسبت میرایی های متفاوت با هم مقایسه شد. نتیجه مشخص می کند که در حالتی که سیستم بدون میرایی باشد، (0= ٤)، در طول یک دور کامل پره، دامنهٔ نوسانات ثابت است و پره با دامنهٔ ثابت به نوسانات خود ادامه می دهد اما در ارتعاشات میرا دامنهٔ ارتعاش با هر نوسان در حال کاهش است. تاثیر مهم میرایی در مدت زمان مستهلک شدن ارتعاشات است. نتایج نشان داد با افزایش نسبت میرایی، ارتعاشات سازه در مدت زمان کمتری مستهلک شده و بنابراین با سرعت بیشتری در وضعیت پایدار قرار می گیرد. بنابراین هنگامی که سازهٔ پرهٔ توربین بادی دارای میرایی بیشتری است کمتر در معرض نوسانات حاصل از نیروهای بادی قرار می گیرد. میرایی بحرانی در

یک سازه، کوچکترین مقدار میرایی است که از نوسانات سازه جلوگیری میکند. این نسبت مرزی بین دو حالت وقوع و عدم وقوع ارتعاش است. حال، هرچه میرایی یک سازه از این مقدار کوچکتر باشد، نوسانات بیشتری خواهد داشت. سیستم میراکننده در پره طوری باید طراحی شود که میرایی سیستم به این مقادیر نزدیک باشد. پدیدهٔ آیروالاستیک در توربینهای بادی علاوه بر آن که منجر به کاهش طول عمر در پره میشود، توان خروجی را نیز کاهش می هد. هر چه میرایی سیستم از میرایی بحرانی آن کم تر باشد، درصد کاهش توان خروجی نیز بیشتر میشود. همچنین نتایج مشخص میکند که با افزایش سرعت، زمان استهلاک نوسات، بیشینه جابجایی نوک پره، جابجایی ماندگار نوک پره و همین طور درصد کاهش توان تولیدی پره نیز افزایش می یابد. بنابراین بروز پدیدهٔ آیروالاستیک در سرعتهای بالای بره، بابدایی از جمله شکست و خرابی توربین و همین طور کاهش توان تولیدی طراحی خواهد داشت. در تمامی این بررسیها پرهٔ توربین باد بررسی شده پایدار بود چرا که دامنهٔ نوسات در نهایت همگرا میشد البته جز در مواردی که سیستم نامیرا بود.

منابع

- E. H. Dowell and K. C. Hall, "Modeling of fluid-structure intraction," Annual Review of Fluid Mechanics, vol.33, pp. 445-490, 2001.
- [2] H. Moeenfard, B. Moetakef Imani, M. Davoudi and A. Rahimzadeh, "Dynamic instability in tapered beams under wind excitation," Modares Mechanical Engineering, vol.15, No.3, pp. 153-161, 2015 (InPersian).
- [3] P. K. Chaviaropoulos, "Flap/Lead-Lag aeroelastic stability of wind turbine blade sections," Wind energy, 2, pp. 99-112, 1999.
- [4] A. Ahlstrom, "Influence of wind turbine flexibility on loads and power production," Journal of Wind Energy, 9(3), pp. 237-249, 2006.
- [5] M. Goland, "The flutter of a uniform cantilever wing," Journal of Applied Mechanicsvol.12(4), pp. A-197-A204, 1945.
- [6] K. Eskandary, M. Dardel, M. H. Pashaei and A. K. Moosavi, "Nonlinear aeroelastic analysis of high-aspect-ratio wings in low subsonic flow, Acta Astronautica," vol. 70, pp. 6-22, 2012.
- [7] D. Tang, J. K. Henry and E. H. Dowell, "Limit Cycle Oscillations of Delta Wing Models in Low Subsonic Flow, " AIAA Journal, vol. 37, pp. 1355-1362, 1999/11/01 1999.
- [8] D. M. Tang and E. H. Dowell "Effects of geometric structural nonlinearity on flutter and limit cycle oscillation of high-aspect-ratio wings," Journal of Fluids and Structures, vol. 19, pp. 291-306, 2004.
- [9] O. L. Hansen "Aerodynamics of Wind Turbines," 2nd edition, Earthscan in the UK and USA, 2008.
- [10] J. M. Gere and S. P. Timoshenko "Mechanics of Materials," van Nostrand Reinhold Company, New York, 1972.

[۱۱] یاسین آزمند، تحلیل آیرودینامیکی توربین های بادی، پایان نامهٔ کارشناسی، دلنشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، ۱۳۹۰.

[12] S. øye "TJEAERBORG Wind Turbine Geometric and Operational Data, " Depart of Fluid Mechanics, Technical University of Denmark (DTU), 1988.